Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Факультет комп’ютерних наук і кібернетики

Звіт

з лабораторної роботи №5 з теми  
«Наближене інтегрування»

з чисельних методів

Виконав:

Студент групи ІПС-33

Писаренков Тимофій Андрійович

Київ

2023

# Постановка завдання

У даній лабораторній роботі потрібно написати програму, яка наближено обчислює інтеграл методом лівих прямокутників з точністю 0.5, використовуючи правило Рунге.

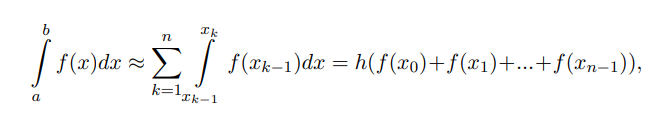
# Графік підінтегральної функції по проміжку

Зображення, що містить ряд, Графік, схема, Паралель

Автоматично згенерований опис

Червона лінія – графік функції . Зелені лінії – графіки x = 4 та x = 7. Замальована червоним область – від y = 0 до , де x ∈ [4;7]. Площа цієї області і дорівнює точно обчисленому інтегралу .

# Використана теорія

У роботі інтеграл має бути наближено обчисленим методом лівих прямокутників. Використано складену форму лівих прямокутників, яка отримується розбиттям проміжку [a, b] на проміжки довжини h та додаванням інтегралів по цих проміжках, і має вигляд

Її порядок точності, який позначимо *p,* дорівнює 1.

Аби обчислити інтеграл із вказаною у постановці завдання точністю, застосовуємо правило Рунге. Алгоритм такого обчислення наступний:

1. Наближено обчислюємо iнтеграл з кроками h та h/2 , оцiнюємо похибку за формулою

Зображення, що містить Шрифт, почерк, схема, білий

Автоматично згенерований опис

1. Якщо , то наближено обчислюємо iнтеграл з кроком h/4 i обчислюємо похибку |I – Ih/4|.
2. Процес обчислення iнтеграла , i = 1, 2, ..., n, з двiчi меншим кроком продовжуємо, поки не виконається умова .
3. Тодi з точнiстю ε.

# Всі ітерації, формула для оцінки похибки

Зображення, що містить текст, Шрифт, знімок екрана

Автоматично згенерований опис

Вводиться n – кількість вузлів квадратурної формули, обчислюється відповідний їй та заданому проміжку [a; b] крок h. Обчислюються інтеграли для кроків h та h/2. Маємо оцінку похибки меншу за ε = 0.5 уже на першому кроці – отримали наближене значення інтеграла, що дорівнює Ih/2.

Формула оцінки похибки - . Програмна реалізація - Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, число

Автоматично згенерований опис, де inth – інтеграл, обчислений з кроком h, inth2 – з кроком h/2, p – порядок точності формули, у даному випадку, складеної формули методу лівих прямокутників. math.fabs – модуль значення в дужках, math.pow() – піднесення числа зліва у степінь справа в дужках.

# Точний та наближений розв’язки

Як було сказано, наближене значення інтеграла, дорівнює Ih/2, а саме Зображення, що містить текст, Шрифт, знімок екрана, дизайн

Автоматично згенерований опис.

Точне значення обчислюється функцією , де function – підінтегральна функція, (x, a, b) – обчислення інтегралу по змінній x на проміжку [a; b]. Воно становить

Зображення, що містить текст, Шрифт, знімок екрана, типографія

Автоматично згенерований опис.

# Висновок

У даній лабораторній роботі було розв’язано задачу наближеного обчислення інтегралу методом лівих прямокутників з використанням правила Рунге. Програмна реалізація виконана з використанням засобів мови Python та бібліотеки SymPy для обчислення точного значення інтеграла і побудови графіка підінтегральної функції.

# Код програми

Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить текст, знімок екрана, програмне забезпечення, Шрифт

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить текст, знімок екрана, програмне забезпечення

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить текст, знімок екрана

Автоматично згенерований опис

Зображення, що містить текст, знімок екрана, програмне забезпечення, Шрифт

Автоматично згенерований опис